

Целые числа, удовлетворяющие равенству $x^2 + y^2 = z^2$ называются пифагоровы тройки

Пифагоровы тройки можно получить из следующего равенства, подставляя различные m и n

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$$



$$36+64=100$$

$$6^2+8^2=10^2$$

$$9^2+12^2=15^2$$

$$81+144=225$$

$$5^2+12^2=13^2$$

Приложение 5. Доказательство Евклида Существования Бесконечного Числа Пифагоровых Троек

Пифагоровой тройкой называется такой набор из трех целых чисел, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего числа. Евклид сумел доказать, что существует бесконечно много таких пифагоровых троек.

Предложенное Евклидом доказательство начинается с наблюдения: разность квадратов последовательных целых чисел всегда равна какому-нибудь нечетному числу:

1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	...
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	...
∨	∨	∨	∨	∨	∨	∨	∨	∨	∨	
3	5	7	9	11	13	15	17	19	...	

Прибавив каждое из бесконечного множества нечетных чисел к соответствующему квадрату, мы получим другой квадрат. Некоторые нечетные числа, составляющие часть всех нечетных чисел, сами являются квадратами (например, 32, 52, 72 и т. д.). Следовательно, существует бесконечно много нечетных квадратов, которые можно прибавить к квадрату и получить другой квадрат. Иначе говоря, существует бесконечно много пифагоровых троек.

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 = m^4 + n^4 + 2m^2n^2 = (m^2 + n^2)^2$$

$$(a-b)^2$$

$$(a+b)^2$$

$$m=3$$

$$n=5$$

$$16^2 + 30^2 = 34^2$$